МБОУ «Средняя общеобразовательная школа № 4» г. Сергиев Посад.

Открытый урок

по алгебре и началам анализа

в 11 «А» классе по теме:

«Решение уравнений и неравенств различными методами. Применение метода рационализации для решения неравенств»

Подготовил:

учитель математики

высшей категории

Ковырина Н.Г.

Дата проведения: 23 марта 2016 года

Тема урока: Решение уравнений и неравенств различными методами.

Применение метода рационализации для решения неравенств**.**

Цели

Обучающие:

- выработать у учащихся умения применять метод рационализации на области допустимых значений при решении различных неравенств;
- выработать у учащихся умения применять полученные знания при решении заданий №15 из ЕГЭ – 2016;

Развивающие:

- формирование алгоритмического мышления;
- формирование у учащихся навыков умственного труда - планирование своей работы, поиск рациональных путей ее выполнения, критическую оценку результатов.

Воспитательные:

- эстетическое воспитание учащихся;
- формирование представлений о математике как части общечеловеческой культуры.

Методы обучения: проблемный, частично-поисковый.

Форма организации учебной деятельности: групповая, фронтальная, индивидуальная.

Оборудование: персональный компьютер, мультимедийный проектор, экран, презентация, листки с таблицами и заданиями для каждого учащегося.

Работа на уроке нацелена на подготовку учащихся к ЕГЭ.

В презентации, используемой на данном и последующих уроках рассмотрены: метод рационализации для решения иррациональных, показательных и логарифмических неравенств. Решения задач вытекают из теоретического материала, помещённого в таблицу №1, которая выдаётся каждому учащемуся. Предлагаемые задачи можно рассматривать на уроках, отведенных для подготовки учащихся к ЕГЭ и на уроках по темам «Решение иррациональных неравенств», «Решение показательных неравенств», «Решение логарифмических неравенств». Задачи взяты из «Интенсивного курса подготовки к ЕГЭ», «Нестандартные задачи и современные методы решения. ЕГЭ. Математика» Колесниковой С.И., «Систем неравенств с одной переменной» и «Решение неравенств с одной переменной» (Подготовка к ЕГЭ, задание С 3) Прокофьева А.А. и Корянова А.Г., «Математика. Подготовка к ЕГЭ-2016. Профильный уровень. 40 тренировочных вариантов по демоверсии на 2016 год.» под редакцией Лысенко Ф.Ф., Калабуховой С.Ю. и материалов ЕГЭ 2011-2016гг.

Ход урока.

1. Организационный момент.

При решении иррациональных, показательных и логарифмических неравенств в задании №15 (С 3), в различных сборниках, тренировочных вариантах ЕГЭ часто используются стандартные методы решения, которые иногда трудоемки и занимают много времени.

Метод рационализации позволяет упростить и сократить время решения данных неравенств. Этот метод заключается в замене сложного выражения на более простое, равносильное данному, на области определения выражения. Использование данного метода не только упрощает решение, но и сокращает количество ошибок и увеличивает число учащихся, приступающих к решению задания №15 (С 3).

2. Актуализация знаний.

Мы с вами уже разбирали задания на закрепление первого и второго правила. Давайте повторим их.

Пример 1. Решить неравенство:

$$\frac{\log_3\left(x+\frac{4}{5}\right)}{\log_7\left(x^2+2x+\frac{7}{16}\right)} < 0$$

Решение.

Область определения неравенства задается системой

$$\begin{cases} x+\frac{4}{5} > 0, \\ x^2-2x+\frac{7}{16} > 0, \\ x^2-2x+\frac{7}{16} \neq 1; \end{cases} \quad \begin{cases} x > -\frac{4}{5}, \\ \left(x-\frac{1}{4}\right)\left(x-\frac{7}{4}\right), \\ x \neq -\frac{1}{4};\ x \neq \frac{9}{4}; \end{cases}$$

$$(-\infty;\ -\frac{1}{4}) \cup (-\frac{1}{4};\ \frac{1}{4}) \cup (\frac{7}{2};\ \frac{5}{2})$$

Запишем неравенство, используя метод рационализации в виде

$$\frac{(3-1)\left(x+\frac{4}{5}-1\right)}{(7-1)\left(x^2-2x+\frac{7}{16}-1\right)} < 0, \qquad \frac{x-\frac{1}{5}}{\left(x+\frac{1}{14}\right)\left(x-\frac{9}{4}\right)} < 0,$$

Ответ: $\left(-\frac{4}{5};-\frac{1}{4}\right) \cup \left(\frac{1}{5};\frac{1}{4}\right) \cup \left(\frac{7}{4};\frac{9}{4}\right)$

3.Изучение нового материала.

Сегодня мы рассмотрим правила 3-5 и их применение в решении различных неравенств:

Теорема 3. Знаки выражений $log_f h - log_g h$ и $(f-1)(g-1)(h-1)(g-f)$ совпадают для всех значений x таких, что $f>0, f\neq 1, h>0, g\neq 1, g>0.$

Пример 2. Решить неравенство $\boldsymbol{log_x(x-1) < log_{x+1}(x-1)}$.

Данное неравенство приведём к следующему виду: $log_x(x-1) - log_{x+1}(x-1) < 0$.

Последнее неравенство, а значит, и исходное неравенство, равносильно системе неравенств

$$\begin{cases} (x-1)(x+1-1)(x+1-x)(x-1-1) < 0 \\ x > 0,\ x \neq 1. \\ x-1 > 0, \\ x+1 > 0,\ x+1 \neq 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(x-1)(x-2) < 0, \\ x > 1; \end{cases} \qquad 1 < x < 2.$$ Ответ: (1; 2)

Теорема 4. Знаки выражений $h^f - h^g\ (h>0)$ и $(h-1)(f-g)$ совпадают для всех значений x таких, что $h>0.$

Пример 3. Решить неравенство $\dfrac{4^{x^2+3x-2}-(0{,}5)^{2x^2+2x-1}}{5^x-1}\le 0$

Решение: Перепишем данное неравенство в следующем виде

$$\frac{2^{2x^2+6x-4}-2^{-(2x^2+2x-1)}}{5^x-5^0}\le 0$$

Используя теорему 4, получаем равносильное неравенство

$$\frac{(2-1)(2x^2+6x-4+\ 2x^2+2x-1)}{(5-1)(x-0)}\le 0$$

$$\frac{4x^2+8x-5}{x}\le 0$$

$$\frac{4(x-0{,}5)(x+2{,}5)}{x}\le 0$$

Решая последнее неравенство методом интервалов, находим решение:

$(-\infty;-2{,}5]\cup(0;0{,}5]$

Ответ:
$(-\infty;-2{,}5]\cup(0;0{,}5]$

Ответ:
$(-\infty;-2{,}5]\cup(0;0{,}5]$

Теорема 5. Знаки выражений f^h-g^h и $(f-g)h$ совпадают для всех значений x таких, что $f>0$, $g>0$.

Пример 4. Решить неравенство $(x^2+x+1)^{x^2-5x+6}>(x+2)^{x^2-5x+6}$.

Решение: Перепишем данное неравенство в следующем виде:

$$(x^2+x+1)^{x^2-5x+6}-(x+2)^{x^2-5x+6}>0$$

и используем метод рационализации:

$$\begin{cases}(x^2+x+1-x-2)(x^2-5x+6)>0,\\ x^2+x+1>0,\\ X+2>0;\end{cases}\leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow\ \begin{cases}(x-1)(x+1)(x-2)(x-3)>0,\\ x>-2;\end{cases}\quad\leftrightarrow\quad\left[\begin{array}{l}-2<x<-1,\\ 1<x<2,\\ x>3.\end{array}\right.$$

Ответ: $(-2;-1)\cup(1;2)\cup(3;+\infty)$.

4.Самостоятельная работа:

Решите неравенства:

Пример 5. $\log_{2x}(2x^2-4x+6)\le\log_{2x}(x^2+x)$ Ответ: $\left(0;\frac{1}{2}\right)\cup[2;3]$

Пример 6. $\dfrac{\log_x(x-3)-\log_x(9-x)}{\log_{x-1}x}<0$ Ответ: $(3;6)$

Пример 7. $\left(\frac{x}{x+1}\right)^{x^2} > \left(\frac{x+1}{x}\right)^{x-2}$ Ответ: $(-\infty; -2) \cup (0; 1)$

5.Проверка решения с помощью презентации.

6. Домашняя работа. Кто не успел выполнить все задания самостоятельной работы, вы можете доделать их дома. Так как сегодня завершающий урок в 3 четверти, то я даю рекомендательное домашнее задание: при желании и по возможностям пробуйте решать задания №15 по подготовке к ЕГЭ, применяя рассмотренные сегодня теоремы.

Приложение 1

Таблица с основными выражениями F и соответствующими им рационализирующими выражениями G при соответствующих ограничениях на число a и выражения f, g, h с переменной x.

	Выражение F	**Выражение G**
1 1а 1б	$log_a f - log_a g$ $log_a f - 1$ $log_a f$	$(a-1)(f-g)$ $(a-1)(f-a)$ $(a-1)(f-1)$
2 2а 2б	$log_h f - log_h g$ $log_h - 1$ $log_h f$	$(h-1)(f-g)$ $(h-1)(f-h)$ $(h-1)(f-1)$
3	$log_f h - log_g h$ $(g \neq 1, f \neq 1)$	$(f-1)(g-1)(h-1)(g-f)$
4 4а	$h^f - h^g \ (h > 0)$ $h^f - 1$	$(h-1)(f-g)$ $(h-1)f$
5	$f^h - g^h$ $(f > 0, g > 0)$	$(f-g)h$
6	$\lvert f\rvert - \lvert g\rvert$	$(f-g)(f+g)$